

Модели стохастической волатильности

Преподаватель: Михаил Валентинович Житлухин

email: mikhailzh@mi-ras.ru

1. Статус дисциплины

Уровень обучения: 4-6/специалитет, 4/бакалавриат, 1-2/магистратура

Период проведения: Учебный год 2023/24 (1 семестр)

Язык обучения: русский

Формат обучения: онлайн

Время для консультаций: онлайн или очно по договоренности с преподавателем

2. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения данного курса требуется знать теорию вероятностей в объеме стандартного курса, читаемого на мехмате МГУ, а также знать основы теории случайных процессов – что такое броуновское движение, интеграл Ито, стохастические дифференциальные уравнения. Рекомендуется иметь представление об основных понятиях финансовой математики – теории арбитража и принципах оценивания производных инструментов.

3. Аннотация дисциплины

Знаменитая модель Блэка-Шоулса для оценки опционов предполагает, что параметр волатильности базового актива постоянен. Хорошо известно, что такое предположение не согласуется с рыночными данными. Курс будет посвящен моделям стохастической волатильности, в которых волатильность является изменчивой величиной. Правильное моделирование волатильности крайне важно в задачах оценивания производных инструментов.

В данном курсе будут излагаться в основном «классические» модели стохастической волатильности – начиная с моделей Блэка-Шоулса и Блэка и заканчивая результатами начала 2000-х гг. Помимо теоретического материала, значительная часть курса будет посвящена практическим упражнениям с реализацией моделей стохастической волатильности на языке Python.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Ожидается, что слушатели познакомятся с различными подходами к моделированию стохастической волатильности.

5. Содержание дисциплины

№	Темы	Кол-во занятий	
		Лекции	Семинары/ практикум ы
1	Введение – что такое волатильность и почему она непостоянна	1	1
2	Введение в теорию арбитража. Оценивание производных инструментов с помощью мартингалльных методов.	1	1
3	Модели Блэка-Шоулса и Блэка.	1	1
4	Предполагаемая волатильность. Различные параметризаций.	1	1
5	Модель локальной волатильности. Формула Дюпира.	1	1
6	Модель Хестона. Полу-явная формула для оценки европейских опционов. Использование быстрого преобразования Фурье для оценки европейских опционов.	2	2
7	Методы Монте-Карло. Различные схемы симуляции модели Хестона.	1	1
8	Модель SABR. Приближенная формула Хэгана.	1	1
9	Модель SVI. Понятие статического арбитража и условия его отсутствия.	2	2
10	Модели со скачками. Модели Мертона и Бейтса.	2	2
11	Заключение и обзор дальнейших направлений в моделировании стохастической волатильности	1	1
	ИТОГО	14	14

6. Элементы контроля и формула расчета финальной оценки:

Итоговая оценка вычисляется по формуле:

$$0.22 \cdot K_1 + 0.22 \cdot K_2 + 0.22 \cdot C + 0.29 \cdot \Xi + 0.05 \cdot \Pi,$$

где K_i – оценка за i -ю контрольную (лабораторную) работу, C – оценка за домашние задания и работу на семинарах/практикумах, Ξ – оценка за экзамен, Π – посещаемость курса.

7. Список литературы

а. Рекомендуемая основная литература

- J. Gatheral. Volatility surface.
- E. Eberlein, J. Kallsen. Mathematical Finance.
- J. Hull. Options, futures and other derivatives.
- А.Н. Ширяев. Основы стохастической финансовой математики.

б. Рекомендуемая дополнительная литература

- F. Black, M. Scholes. Pricing of options and corporate liabilities.
- B. Dupire. Pricing with a smile.
- S. Heston. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options.
- P. Carr, D. Madan. Option valuation using the fast Fourier transform.
- P. Hagan et al. Managing smile risk.

8. Описание материально-технической базы

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется.

9. Примеры заданий текущего контроля

1. Вычислить кривую волатильности по ценам опционов.
2. Построить аппроксимацию поверхности волатильности по дискретным данным.
3. Подобрать параметры модели Хестона по заданной поверхности волатильности.
4. Найти хеджирующий портфель для экзотического опциона в модели стохастической волатильности.
5. Вычислить стоимость экзотического опциона с помощью метода Монте-Карло
6. Определить, допускает ли заданная поверхность волатильности статический арбитраж